**Вариант 13**

Частично упорядоченное множество < *X*, >, где *X*={0,1,2,3,…,20} задано диаграммой Хассе. Рассмотрим множество *В={1,8,9,7,17}* ⊂ *Х*  с индуцированным на нем отношением порядка .

1. **Найдите наименьший и наибольший элементы множества *X* (универсальные границы) по данному отношению порядка.**

* **Наибольший элементы множества *X:* x\* не существует.**

+ Элемент x\*∈X называется наибольшим элементом множества X по данному отношению порядка, если выполняется: ∀x∈X x ⪯ x\*.

+ Другими словами, x\* – наибольший элемент множества X, если все другие элементы множества строго предшествуют ему.

+ В данном случае не существует элементов множества, строго следующих за 18, 19, 20 но они не сравнимы, поэтому наименьший элемент x\* множества ***X*** не существует.

* **Наименьший элементы множества *X:***

***+*** Элемент называется наименьшим элементом множества X по данному отношению порядка, если выполняется:

+ Другими словами, – наименьший элемент множества X, если все другие элементы строго следуют за ним.

+ Все другие элементы строго следуют за 0, поэтому 0 является наименьшим элементом множества Х.

1. **Найдите максимальные и минимальные элементы множества *X* по данному отношению порядка.**

* **Максимальные элементы множества X Xmax = {18,19,20}.**

+ xmax – максимальный элемент множества X, если не существует элементов множества, строго следующих за ним: ∄x∈X таких, что x ≻ xmax.

+ ∄x∈X таких, что x ≻ 18, x ≻ 19, x ≻ 20, поэтому 18,19,20 являются максимальными элементами множества Х.

* **Минимальные элементы множества X Xmin ={0}.**

+ xmin – минимальный элемент множества X, если не существует элемента строго предшествующего ему: ∄x∈X таких, что x ≺xmin.

****+ В диаграмме Хассе множества *Х* вершина 0соответствует минимальному элементу, так как в нее дуги не заходят.

1. **Начертите диаграмму ч.у.м. < *В*, >.**

Chart, line chart, scatter chart

Description automatically generated

1. **Найдите наибольший и наименьший элементы множества *В*.**

* **Наибольший элементы множества *B:* b\* не существует.**

+ Элемент b\*∈B называется наибольшим элементом множества B по данному отношению порядка, если выполняется: ∀b∈B b ⪯ b\*.

+ Другими словами, B\* – наибольший элемент множества B, если все другие элементы множества строго предшествуют ему.

+ В данном случае не существует элементов множества, строго следующих за 8, 9, 17 но они не сравнимы, поэтому наибольший элемент b\* множества ***B*** не существует.

* **Наименьший элементы множества *B:***

***+*** Элемент называется наименьшим элементом множества B по данному отношению порядка, если выполняется:

+ Другими словами, – наименьший элемент множества B, если все другие элементы строго следуют за ним.

+ Все другие элементы строго следуют за 1, поэтому 1 является наименьшим элементом множества Х.

1. **Найдите максимальные и минимальные элементы множества *В*.**

* **Максимальные элементы множества B Bmax = {8,9,17}.**

+ bmax – максимальный элемент множества B, если не существует элементов множества, строго следующих за ним: ∄b∈B таких, что b ≻ bmax.

+ ∄b∈B таких, что b ≻ 8, b ≻ 9, b ≻ 17, поэтому 8, 9, 17 являются максимальными элементами множества B.

* **Минимальные элементы множества B Bmin ={1}.**

+ bmin – минимальный элемент множества B, если не существует элемента строго предшествующего ему: ∄b∈B таких, что b ≺bmin.

+ В диаграмме Хассе множества *B* вершина 1соответствует минимальному элементу, так как в нее дуги не заходят.

1. **Найдите множество всех верхних граней *В* (верхний конус *B*Δ).**

* Элемент a∈X называется верхней гранью множества B, если ∀x∈B выполняется x ⪯а.
* Верхним конусом множества В называют множество всех его верхних граней.
* Элемент a∈X называется верхней гранью элементов x и y, если x ⪯ a и y ⪯ a.

+ Множество верхних граней элементов 1 и 8: M = {8,12,18,14,19}

+ Множество верхних граней элементов 1 и 9: N = {15,20}

+ Множество верхних граней элементов 1 и 17: P = {20}

Так как , верхний конус множества *B B*Δ *не существует*

1. **Найдите множество всех нижних граней *В* (нижний конус *B*∇).**

* Элемент a∈X называется нижней гранью множества B, если ∀x∈B выполняется а ⪯x.
* Нижним конусом множества В называют множество всех его нижних граней
* ∀x∈B выполняется 0 ⪯x, 1⪯x, поэтому нижний конус множества В *B*∇={0,1}.

1. **Найдите точную верхнюю грань *В* (*sup B*).**

- Точной верхней гранью или супремумом множества В называется наименьший элемент множества всех его верхних граней.

- BΔ не существует, поэтому sup B не сущетвует.

1. **Найдите точную нижнюю грань *В* (*inf B*).**

* Точной нижней гранью или инфимумом множества М называется наибольший элемент множества всех его нижних граней.
* Так как *B*∇={0,1} и 1 > 0 => inf B =1. 

1. **Сделайте вывод, является ли < *В*, > решеткой?**

< В, ⪯> не является решеткой, т.к. каждая из пар элементов 8 и 9, 9 и 17, 8 и 17 не имеют ни точной верхней, хотя имеют точную нижнюю грань.